

Оценка влияния параметров формулы объемной влажности с учетом статистических характеристик пор почвы

В. Г. ЖУКОВ, В. М. ЧЕСНОКОВ, Н. Д. ЛУКИН

Всероссийский научно-исследовательский институт крахмала и переработки крахмалсодержащего сырья – филиал Федерального исследовательского центра картофеля имени А.Г. Лорха, ул. Некрасова, 11, пос. Красково, г. Люберцы, Московская обл., 140051, Российская Федерация

Резюме. В общем случае в почве образуются слои капиллярной каймы на зеркале водоносного горизонта и капиллярной влаги, подвешенной у поверхности почвы. Расположение и объемы слоев капиллярной воды один относительно другого по высоте почвы влияют на характер просачивания поверхностной влаги и возможности ее рационального использования в растениеводстве. Два рассматриваемых слоя капиллярной воды разделены буферным слоем воздуха. Для расчета этих слоев капиллярной воды необходимо знать накопленные в них объемы капиллярной воды. Однако формулы для таких расчетов, учитывающие полиразмерный характер пор в почве, отсутствуют. Цель исследований состояла в выводе формулы расчета объемной влажности и оценке влияния параметров формулы на величину влажности с учетом статистических характеристик пор почвы. На основе логнормального распределения пор по размерам выведены формулы объемного влагонаполнения и объемной влажности почвы. Они открывают возможности для определения объемов капиллярной воды и их распределения по высоте почвы. Это позволяет переходить к расчету расположения подвешенной воды над капиллярной каймой с учетом статистического распределения пор. Получены формулы, позволяющие проводить оценку распределения объемов капиллярной воды по размерам пор для последующего определения эффективности ее потребления корнями растений. Согласно расчетам по аналитически полученным формулам, существует определенная для каждой конкретной характеристики почвы высота, начиная с которой и выше, кривые объемного влагонаполнения дают почти нулевые значения, а кривые объемной влажности – ее малую долю 0,1...0,25 от начальной у основания капиллярной каймы. По данным примера расчета эта высота составила 1,05 м, что соответствует результатам натурных экспериментальных исследований. Аналитически выведенные формулы позволяют расчетным путем оценить объемы капиллярной воды по слоям и по высоте в зависимости от статистического распределения размеров пор порового пространства почвы. Эти результаты полностью соответствуют получаемым экспериментально.

Ключевые слова: почва, капиллярная кайма, объемная влажность, статистические характеристики пор, логнормальное распределение, формула Журена.

Сведения об авторах: В. Г. Жуков, доктор технических наук, главный научный сотрудник (e-mail: z-v-gr@mail.ru); В. М. Чесноков, кандидат технических наук, старший научный сотрудник; Н. Д. Лукин, доктор технических наук, зам. директора.

Для цитирования: Жуков В. Г., Чесноков В. М., Лукин Н. Д. Оценка влияния параметров формулы объемной влажности с учетом статистических характеристик пор почвы // Достижения науки и техники АПК. 2024. Т. 38. № 3. С. 32–38. doi: 10.53859/02352451_2024_38_3_32

Assessment of the influence of parameters of the volumetric moisture formula considering the statistical characteristics of soil pores

V. Gr. Zhukov, V. M. Chesnokov, N. D. Lukin

All-Russian Research Institute of Starch and Processing of Starch-Containing Raw Materials - a branch of the Federal Research Center for Potatoes named after A.G. Lorkha, ul. Nekrasova, 11, pos. Kraskovo, g. Lyubertsy, Moskovskaya obl., 140051, Russian Federation

Abstract. In general, layers of capillary fringe are formed in the soil on the surface of the aquifer and capillary moisture suspended at the soil surface. The location and volumes of layers of capillary water relative to each other and along the height of the soil affect the nature of the infiltration of surface moisture and the possibility of its rational use in crop production. The two layers of capillary water under consideration are separated by a buffer layer of air. To calculate these layers of capillary water, it is necessary to know the volumes of capillary water accumulated in them. However, there are no formulas for such calculations that consider the multi-dimensional nature of pores in the soil. The purpose of the research was to derive a formula for calculating volumetric moisture and assess the influence of the formula parameters on the amount of moisture, considering the statistical characteristics of pore distribution. Based on the log-normal distribution of pore sizes, formulas for volumetric moisture content and volumetric soil moisture were derived. They open up the possibility of determining the volumes of capillary water and their distribution along the height of the soil. This allows us to proceed to the calculation of the location of suspended water above the capillary fringe, considering the statistical distribution of pores. Formulas have been obtained that allow estimating the distribution of capillary water volumes by pore sizes for subsequent determination of the efficiency of its consumption by plant roots. According to calculations using analytically derived formulas, there is a height determined for each specific soil characteristic, from which and above, the volumetric water filling curves give almost zero values, and the volumetric moisture curves give its small fraction of 0.1-0.25 from the initial one at the base of the capillary borders. According to the calculation example, this height was 1.05 m, which corresponds to the results of full-scale experimental studies. Analytically derived formulas make it possible to estimate by calculation the volumes of capillary water by layer and height, depending on the statistical distribution of pore sizes in the pore space of the soil. These results are fully consistent with those obtained experimentally.

Keywords: soil; capillary fringe; volumetric moisture; statistical characteristics of pores; lognormal distribution; Jurin's formula.

Author Details: V. Gr. Zhukov, D. Sc. (Tech.), chief research fellow (e-mail: z-v-gr@mail.ru); V. M. Chesnokov, Cand. Sc. (Tech.), senior research fellow; N. D. Lukin, D. Sc. (Tech.), deputy director

For citation: Zhukov VGr, Chesnokov VM, Lukin ND. [Assessment of the influence of parameters of the volumetric moisture formula considering the statistical characteristics of soil pores]. Dostizheniya nauki i tekhniki APK. 2024;38(3):32–8. Russian. doi: 10.53859/02352451_2024_38_3_32

На зеркале водоносного горизонта почвы образуется слой капиллярной каймы, также называемый капиллярно-подпертой водой [1, 2, 3]. Под действием поверхностных менисковых сил ее вода поднимается в виде разветвленной сети ка-

пиллярных цепочек сообщающихся пор [4, 5, 6]. Еще одним источником влаги служит просачивающаяся сверху поверхностная капиллярная вода, зависающая в почве в виде слоя над капиллярной каймой [6, 7]. Эти два объема капиллярной воды разделены слоем

буферного почвенного воздуха [5]. Давление в нем и его толщина во многом зависят от характеристик подвешенного слоя и капиллярной каймы. Расположение и объемы слоев капиллярной воды один относительно другого по высоте влияют на характер просачивания поверхностной воды и возможности ее рационального использования в растениеводстве [8].

Теоретическую высоту H подъема воды по капиллярной трубке, моделирующей цепочки пор, можно вычислить по формуле Жюрена [9, 10]. Расчет с ее использованием ограничен только задаваемыми величинами наибольшего и наименьшего диаметров трубки. Однако экспериментально регистрируемая объемная влажность воды капиллярной каймы интенсивно снижается от зеркала водоносного горизонта на коротком участке высоты [11, 12], обозначенной как H^* (в дальнейшем в безразмерном виде она обозначена h^* по [13]). Эта высота оказывается значительно меньшей, чем максимальная расчетная по формуле Жюрена, которая может достигать 10 м и более. В почве H^* обычно не превышает 1 м, редко достигая 2 м [14, 15]. Влагу в диапазоне $0...H^*$ следует отнести к продуктивной. Выше H^* влажность на значительном протяжении становится практически постоянной, составляющей по экспериментальным данным долю $\Delta = 0,1...0,25$ от максимальной величины этого показателя [12, 15]. В основном это неподвижная влага, практически не связанная с подвижной водой капиллярной каймы. В эту долю также входит стыковая и пленочная влага, потенциально пригодные для водного питания растений, но не учитываемые в аналитически полученных формулах расчета воды капиллярной каймы [13]. Выявляемая экспериментально влага связана с влагой завядания растений.

Термин «влажность» или удельный объем влаги общепотребителен и в этой связи имеет широкую трактовку даже в научных публикациях [16, 17]. В узкоспециальной технической литературе при оценке содержания капиллярной воды в среде с несвязным скелетом из дисперсных частиц с открытыми порами, например, в почве или осадках технологических производств, базовому понятию влажности (РМ Г 75-2014) соответствует отношение объема воды в порах ко всему объему образца пористой среды (обозначим как Φ) [5, 15, 16]. Отношение Φ меняется от некоторой малой величины Δ до величины коэффициента пористости γ . Кроме того, существуют определения в виде степени насыщения, влагосодержания, влагонаполнения как отношения объема влаги к общему объему пор образца (обозначим как Ω) [13, 17]. Величина Ω соответствует диапазону изменения от 0 без учета Δ , а с его учетом от Δ до 1. В [13] близкое по смыслу понятие влагонаполнения, обозначенное как ψ , относится к несколько измененному определению относительного количества влаги в виде отношения площади поперечных сечений пор, заполненных жидкостью капиллярной каймы, к общей площади пор в том же сечении.

Из-за сложного, статистически полиразмерного вида пор величину влажности почвы в основном измеряют прямыми трудоемкими натурными экспериментами [2, 12]. Ее аналитическое определение с учетом статистических характеристик распределения размеров пор находится в стадии интенсивного развития [13, 18, 19]. Для применения расчетной формулы влажности Φ по [18] необходимо использовать наработанные ранее таблицы данных по влажности натурных экспериментов почвенных срезов. По [13]

определяется влагонаполнение ψ с использованием гистограмм плотности распределения размеров пор в лабораторных образцах, определение и использование которых существенно проще, а методики их применения отработаны [20]. Для расчетов влажности почвы с учетом объема и толщины всех трех слоев (капиллярной каймы, буферного слоя воздуха и слоя подвешенной воды) необходимо на первом этапе получить формулу объемной влажности Φ в слое капиллярной каймы.

Цель исследований – вывести формулу расчета объемной влажности и оценить влияние параметров формулы на влажность с учетом статистических характеристик пор почвы в слое капиллярной каймы.

Условия, материалы и методы. Исследовали модельный слой почвы, занимаемый водой капиллярной каймы. Почву рассматривали как статистически упорядоченную изотропную, несжимаемую пористую систему с сообщающимися порами. Поровый объем моделировали статистически полиразмерным набором пор, образующих сообщающиеся цепочки в виде трубок. Основанием капиллярной каймы служило зеркало водоносного горизонта почвы. Положение жидкости в капиллярной кайме считали статически уравновешенным, на основании чего выводили формулу выраженной в долях объемной влажности Φ почвы. Для сохранения простоты применения формулы основой ее вывода служила исходная гистограмма распределения размеров пор и получаемая с ее использованием статистическая функция плотности вероятности этого распределения. Пример расчета с построением кривых влажности выполняли в Mathcad.

Результаты и обсуждение. Условно выделим вертикальный столб почвы квадратного сечения высотой, равной максимальной высоте $H_{\max}$ поднятия воды в капиллярной кайме. Поперечное сечение столба имеет стороны единичной длины и содержит статистически значимое множество полиразмерных сообщающихся пор. Пористую структуру почвы моделируем в виде вертикальных трубчатых цепочек капиллярных пор с поперечными диаметрами D и их наименьшим $D_{\min}$ и наибольшим $D_{\max}$ значениями. Будем считать, что статистическая величина размеров пор подчиняется логнормальному распределению, которое характерно для большинства подобных задач [15]:

$$y_x = \frac{c}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \ln a}{\sigma}\right)^2}, \quad (1)$$

где y_x – частота проявления поры параметра x (диаметр, площадь поперечного сечения, объем); a , c и σ – статистические коэффициенты, рассчитываемые по гистограмме параметра x . Исходной основой для расчета коэффициентов y_x принята экспериментальная гистограмма распределения пор по диаметру.

Высота H поднятия столба подвижной составляющей воды капиллярной каймы рассчитывается по формуле Жюрена:

$$H \approx \lambda \frac{4\cos\theta}{D}, \quad (2)$$

где $\lambda = \alpha/\rho g$ – удельное поверхностное натяжение, м^2 ; α – поверхностное натяжение, Н/м ; ρ – плотность жидкости, кг/м^3 ; $g = 9,81$ – ускорение свободного падения, м/с^2 ; D – диаметр поры, м . В технических расчетах капиллярных эффектов в воздушно-капельной среде почвы плотностью воздуха обычно пренебрегают [5, 8, 13].

В соответствии с (2) и полиразмерным характером набора пор, объединенных в трубчатые цепочки, имеем по аналогии с [13]:

$$\begin{cases} H \approx \lambda \frac{4\cos\vartheta}{D}, H_{\min} = \lambda \frac{4\cos\vartheta}{D_{\max}}, H_{\max} = \lambda \frac{4\cos\vartheta}{D_{\min}}; \\ D = \lambda \frac{4\cos\vartheta}{H}, D_{\min} = \lambda \frac{4\cos\vartheta}{H_{\max}}, D_{\max} = \lambda \frac{4\cos\vartheta}{H_{\min}}; \\ V = K_v D^3, V_{\min} = K_v D_{\min}^3, V_{\max} = K_v D_{\max}^3. \end{cases} \quad (3)$$

где $H, H_{\min}, H_{\max}$ – текущая, минимальная и максимальная высоты поднятия столба воды капиллярной каймы в трубчатых цепочках пор при угле смачивания $\vartheta, \text{ м}$; $D, D_{\min}, D_{\max}$ – текущее, минимальное и максимальное значения диаметров пор, м ; $V, V_{\min}, V_{\max}$ – текущая, минимальная, максимальная величина объема поры, м^3 ; K_v – коэффициент формы объема, который считаем постоянным для пор любого размера.

Здесь и далее обозначениям заглавными буквами диаметров D , высот H и объемов V будут соответствовать абсолютные размерные параметры, такими же строчными буквами d, h и v – их нормированные, то есть относительные, безразмерные величины.

В формуле (1), на основе которой ведется дальнейшее исследование, фигурируют нормированные безразмерные параметры. В этой связи с учетом (3) нормирование диаметра d , высоты поднятия капиллярного столба h , площади его поперечного сечения f и объема v представлено в виде отношений:

$$\begin{cases} d = \frac{D}{D_{\max}} = \frac{\lambda \frac{4\cos\vartheta}{H}}{\lambda \frac{4\cos\vartheta}{H_{\min}}} = \frac{p}{h}, d_{\min} = \frac{D_{\min}}{D_{\max}} = p, d_{\max} = \frac{D_{\max}}{D_{\max}} = 1; \\ h = \frac{H}{H_{\max}} = \frac{\lambda \frac{4\cos\vartheta}{D}}{\lambda \frac{4\cos\vartheta}{D_{\min}}} = \frac{D_{\min}}{D} = \frac{D_{\min} \times D_{\max}}{D \times D_{\max}} = \frac{p}{d}, \\ h_{\min} = \frac{H_{\min}}{H_{\max}} = \frac{p}{d_{\max}} = p, h_{\max} = \frac{H_{\max}}{H_{\max}} = 1; \\ f = \frac{F}{F_{\max}} = \frac{K_f D^2}{K_f D_{\max}^2} = d^2 = \left(\frac{p}{h}\right)^2 = v^{2/3}, f_{\min} = p^{2/3}, f_{\max} = 1; \\ v = \frac{V}{V_{\max}} = \frac{K_v D^3}{K_v D_{\max}^3} = d^3 = \left(\frac{p}{h}\right)^3, v_{\min} = d_{\min}^3 = p^3, v_{\max} = d_{\max}^3 = 1, v = f^{3/2}. \end{cases} \quad (4)$$

Для рассматриваемого случая распределения объемов пор в формуле (1) безразмерное x соответствует безразмерному объему v поры:

$$y_v = \frac{c_v}{v\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln v - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2}. \quad (5)$$

Поскольку далее определяются объемные влагонаполнение Ω и влажность Φ , статистические коэффициенты в (5) a_v, c_v, σ_v приняты по функции плотности вероятности, абсцисса которой соответствует v . Для их получения исходную гистограмму распределения пор по диаметру d необходимо пересчитать в гистограмму распределения объемов пор v и затем определить коэффициенты в описывающей ее функции плотности вероятности y_v .

Рассмотрим вначале объемное влагонаполнение капиллярной водой Ω в виде отношения безразмерного текущего интегрального (суммарного) объема B пор к общему безразмерному суммарному объему пор B_{Σ} :

$$\Omega = \frac{B}{B_{\Sigma}}. \quad (6)$$

Функции B и B_{Σ} имеют исходную переменную v нормированного объема пор.

По физическому смыслу B – интегральная функция от объема пор v , поэтому:

$$y_v = \frac{dB_v}{dv}. \quad (7)$$

Значит, по (7) после интегрирования $dB_v = y_v \times dv$ с учетом (4)...(6) и последовательной замены в интегралах связанных между собой функционально по (4) переменных v, f и h получаем из B_v для одной и той же функции плотности вероятности еще три ее разновидности:

$$\begin{cases} B_v = \int_{v_{\min}}^v \frac{c_v}{v\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln v - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dv = \int_{p^3}^v \frac{c_v}{v\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln v - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dv \\ B_d = \int_p^d \frac{3c_v}{d\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(d^3) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dd, \\ B_h = \int_h^1 \frac{3c_v}{h\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{p^3}{h^3}\right) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dh, \\ B_f = \int_f^1 \frac{3c_v}{f\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{f^3}{f^3}\right) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} df. \end{cases} \quad (8)$$

и формулы их величин при полном наборе размеров пор

$$\begin{cases} B_{v\Sigma} = \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} \frac{c_v}{v\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln v - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dv = \int_{p^3}^1 \frac{c_v}{v\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln v - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dv, \\ B_{d\Sigma} = \int_p^1 \frac{3c_v}{d\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(d^3) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dd, \\ B_{h\Sigma} = \int_p^1 \frac{3c_v}{h\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{p^3}{h^3}\right) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dh, \\ B_{f\Sigma} = \int_f^1 \frac{3c_v}{f\sigma_v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{f^3}{f^3}\right) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} df. \end{cases} \quad (9)$$

Переход к каждой новой переменной обозначен в (8) и (9) подстрочным индексом соответствующий новой переменной. Значит, по (5) с учетом (8) и (9) имеем Ω_i для каждой i -й переменной

$$\begin{cases} \Omega_v = \frac{B_v}{B_{v\Sigma}} = \frac{\int_{p^3}^v \frac{1}{v} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln v - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dv}{\int_{p^3}^1 \frac{1}{v} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln v - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dv}, \\ \Omega_d = \frac{B_d}{B_{d\Sigma}} = \frac{\int_p^d \frac{1}{d} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(d^3) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dd}{\int_p^1 \frac{1}{d} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(d^3) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dd}, \\ \Omega_{h1} = \frac{B_h}{B_{h\Sigma}} = \frac{\int_h^1 \frac{1}{h} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{p^3}{h^3}\right) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dh}{\int_p^1 \frac{1}{h} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{p^3}{h^3}\right) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} dh}, \\ \Omega_f = \frac{B_f}{B_{f\Sigma}} = \frac{\int_f^1 \frac{1}{f} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{f^3}{f^3}\right) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} df}{\int_{p^{2/3}}^1 \frac{1}{f} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{f^3}{f^3}\right) - \ln a_v}{\sigma_v}\right)^2} df}. \end{cases} \quad (10)$$

В (10) показана исходная функция Ω_v с переменной v и эта же функция с заменой в ней переменной v на d, h и f с обозначениями Ω_d, Ω_{h1} и Ω_f соответственно. Функции (10) показывают текущую долю объема, вносимую кластером пор от их значений v , или d , или f до 1, соответствующей общей суммарной величине пор всех их размеров. Функция Ω_{h1} , полученная с использованием формулы Жюрена, показывает текущую объемную долю воды по высоте капиллярной

каймы. Значит, при переходе к абсолютным величинам размеров пор будут использованы физические константы пористой системы, что связывает Ω_{h1} с распределением влаги с точки зрения ее эффективного использования для питания растений в конкретной пористой среде. По наклону кривой Ω_{h1} можно судить о доле воды капиллярной каймы, вносимой порами объема v на высоте h от основания капиллярной каймы.

Чтобы перейти от объемного влагонаполнения Ω к показателю объемной влажности Φ , создаваемой только подвижной водой капиллярной каймы без учета объема малоподвижной и неподвижной влаги Δ , следует знаменатель в (5) разделить на пористость γ . Тогда:

$$\Phi_1 = \frac{B}{B_{\Sigma}/\gamma} = \Omega_{h1} \times \gamma. \quad (11)$$

Все расчетные кривые Ω_{h1} при некотором h^* должны практически слиться с осью абсцисс h и влага, вносимая только капиллярной каймой, должна стать практически нулевой, как и в [13]. В экспериментальных кривых также фиксируется эта высота h^* , а выше выявляется постоянная по высоте доля объемной влаги Δ , не учитываемая в (10) и (11). По [5, 17] она отнесена к объему «застойной, неэффективной (неподвижной, адсорбированной или замерзшей)» форм влаги. В нее также входит малоподвижная вода капиллярной каймы, составляющая весьма малую, обычно отдельно не выявляемую экспериментально долю от Ω_{h1} . Формула Ω с учетом Δ аналогична формуле для ψ в [13]:

$$\Omega_{h2} = \Delta + (1 - \Delta) \Omega_{h1}. \quad (12)$$

Теперь с учетом Δ по (12) полная объемная влажность по высоте капиллярной каймы, обозначенная как Φ_2 , будет определяться формулой:

$$\Phi_2 = \Omega_{h2} \times \gamma = \left\{ \Delta + (1 - \Delta) \frac{\int_{h^*}^{h_1} \frac{1}{h} e^{\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(\frac{p}{h})^2 - \ln a_v}{\sigma_v} \right]^2} dh}{\int_{h^*}^{h_1} \frac{1}{h} e^{\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(\frac{p}{h})^2 - \ln a_v}{\sigma_v} \right]^2} dh} \right\} \gamma. \quad (13)$$

Таким образом, по (10) рассчитывается объемное влагонаполнение почвы. В формуле (11) отражена объемная влажность почвы без учета выявляемой экспериментально постоянной Δ . Ее учет в формуле (13) выражает функцию традиционной экспериментально определяемой величины полной объемной влажности.

В [13] формула ψ_i основана на отношении текущего значения суммарной площади пор к суммарной площади всех пор сечения. Из нее получено влагонаполнение ψ_{h1} . Для осуществления в дальнейшем сравнительного расчета с функцией Ω_d выполним замену в ψ_i переменной f на d и получим ψ_d . Тогда формулы ψ_i имеют вид для каждой i -й переменной:

$$\begin{aligned} \psi_f &= \frac{\int_{f_{\min}}^f \frac{1}{f} e^{\frac{1}{2} \left(\frac{\ln f - \ln a_f}{\sigma_f} \right)^2} df}{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \frac{1}{f} e^{\frac{1}{2} \left(\frac{\ln f - \ln a_f}{\sigma_f} \right)^2} df}, & \psi_{h1} &= \frac{\int_{h^*}^{h_1} \frac{1}{h} e^{\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(\frac{p}{h})^2 - \ln a_v}{\sigma_v} \right]^2} dh}{\int_{h_{\min}}^{h_{\max}} \frac{1}{h} e^{\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(\frac{p}{h})^2 - \ln a_v}{\sigma_v} \right)^2} dh}, \\ \psi_d &= \frac{\int_{d_{\min}}^d \frac{1}{d} e^{\frac{1}{2} \left(\frac{\ln d^2 - \ln a_d}{\sigma_d} \right)^2} dd}{\int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \frac{1}{d} e^{\frac{1}{2} \left(\frac{\ln d^2 - \ln a_d}{\sigma_d} \right)^2} dd}. \end{aligned} \quad (14)$$

Отметим, что статистические коэффициенты в (1) физических моделей Ω_i и Φ_i в связи с отличием их от моделей ψ_i различаются, хотя рассчитываются по единой гистограмме статистического распределения пор по поперечному диаметру d одного и того же образца. Так, в формулах объема (8)...(13) они будут рассчитываться для аргумента v , а в (14) – для аргумента f .

Для проверки правильности предложенных формул рассчитаем объемное влагонаполнение и функции объемной влажности при следующих исходных показателях: $D_{\min} = 1,2$ мкм; $D_{\max} = 120$ мкм; $\alpha = 72,8 \times 10^{-3}$ Н/м; $\rho = 1000$ кг/м³; $\vartheta = \pi/4$; $\lambda = 7,42 \times 10^{-6}$ м²; $\gamma = 0,35$; $p = 10^{-2}$; $h = p \dots 1$; $d = p \dots 1$; $\Delta_v = \Delta_v = 0,15$; коэффициенты для логнормальных функций плотности вероятности для (6) равны $a_v = 0,085$ и $\sigma_v = 1,20$; для функции влагонаполнения ψ_{h1} из [13] $a_f = 0,138$ и $\sigma_f = 0,853 = 0,853$.

Согласно кривым Ω_i , рассчитанным по (10), величины влагонаполнения несколько меньшие, чем ψ_i , рассчитанным по (14) (рис. 1). Это свидетельствует о важном физическом различии между функциями: Ω – определяет соотношение объемов пор, занятых капиллярной водой, ψ – соотношение площадей их сечений.

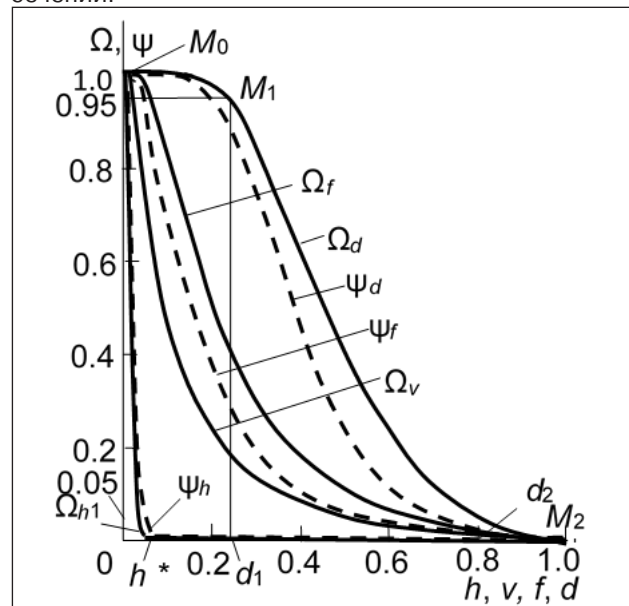


Рис. 1. Расчетные кривые объемного влагонаполнения Ω_i (сплошные линии) и функции влагонаполнения ψ_i (штриховые линии): подстрочный индекс i параметра соответствует переменной оси абсцисс h, v, f или d ; кривые Ω_i и ψ_i для одного и того же материала образца показаны совместно с целью сравнения результатов их расчетов.

Кроме того, результаты расчетов параметров Ω_i и ψ_i свидетельствуют о существенном влиянии на них каждой из переменных на всем протяжении значений оси абсцисс от 0 до 1. Влияние, наиболее близкое к равному, дает переменная d . С выбором переменной в виде площади $f \div d^2$ для кривых Ω_f и ψ_f или объема $v \div d^3$ для кривой Ω_v неравномерность усиливается с ростом значения степени при d . Для образцов одной и той же исходной гистограммы эта особенность отражает влияние смещения к началу координат моды графика функции плотности вероятности аргумента. Наибольшую долю воды (до 95 % без учета Δ) по Ω_d содержат поры размером более $D = d_1 D_{\max} \approx 30 \times 10^{-6}$ м (отрезок $M_1 \dots M_2$). Остальные 5 % влаги совместно дают наиболее мелкие поры $D = (1,2 \dots 30) \times 10^{-6}$ м (отрезок $M_0 \dots M_1$) за счет большого количества в зоне моды функции плотности вероятности распределения пор по объему. Чем

мельче поры, тем выше поднимается в них капиллярная вода, но тем труднее ее использовать растениям. Полученные кривые позволяют оценивать распределение воды по размерам пор с точки зрения эффективности ее потребления корнями растений.

Наиболее информативны с точки зрения цели исследования кривые Ω_h , Φ и ψ_h , привязанные к характеристикам пористой среды. Кривые, полученные без учета Δ : для объемного влагонаполнения Ω_{h1} рассчитана по (10), объемной влажности Φ_1 – по (11); для влагонаполнения с учетом площадей пор, заполненных водой ψ_{h1} – по (14). Именно они отражают физическую и математическую модели распределения влаги и отражают характер изменения ее количества по высоте капиллярной каймы. Значения Ω_{h1} и ψ_{h1} интенсивно снижаются от 1 практически к нулю на малом отрезке $0 \dots h^* < 0,1$ высоты капиллярной каймы (рис. 2).

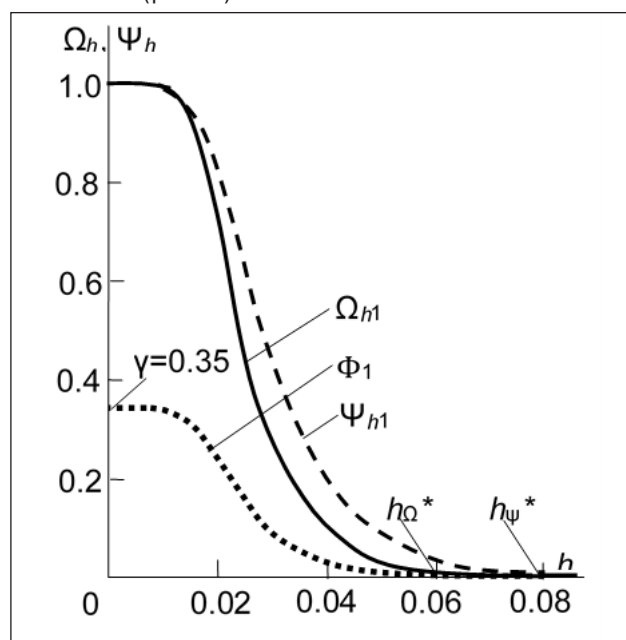


Рис. 2. Расчетные кривые без учета Δ с увеличенным масштабом оси абсцисс h : Ω_{h1} – объемного влагонаполнения, Φ_1 – объемной влажности; ψ_{h1} – влагонаполнения по площадям пор, заполненных водой; h_{Ω}^* и h_{ψ}^* – предельные высоты, выше которых значения Ω_{h1} , Φ_1 и ψ_{h1} становятся близкими к нулевым.

Наиболее значимое различие кривых дают величины h_{Ω}^* и h_{ψ}^* . При проведении расчета получены практически нулевые значения Ω_{h1} и ψ_{h1} , при безразмерной высоте капиллярного столба выше $h_{\Omega}^* = 0,06$ и $h_{\psi}^* = 0,08$. В абсолютном значении высоты поднятия капиллярного столба они соответствуют по (4) $H_{\Omega}^* = 0,06 H_{\max} = 1,05$ м и $H_{\psi}^* = 0,08 H_{\max} = 1,40$ м и по (3) – размерам пор,

$$D_{\Omega}^* = \lambda \frac{4 \cos \theta}{H_{\Omega}^*} = 7,42 \times 10^{-6} \frac{4 \times 0,707}{1,05} = 20 \times 10^{-6} \text{ м},$$

$$D_{\psi}^* = \lambda \frac{4 \cos \theta}{H_{\psi}^*} = 7,42 \times 10^{-6} \frac{4 \times 0,707}{1,40} = 15 \times 10^{-6} \text{ м}.$$

Значит, почти вся вода капиллярной каймы, потенциально легкодоступная корневой системе растений, сосредоточена в порах размером более $D_{\Omega}^* = 20$ мкм. При этом весь кластер пор диаметром до 30 мкм содержат лишь 5 % воды (см. рис. 1). То есть, объем воды в порах меньшего размера ($D = (1,2 \dots 20) \times 10^{-6}$ м), имеющих на гистограмме, практически не вносит своей доли в полезную влажность,

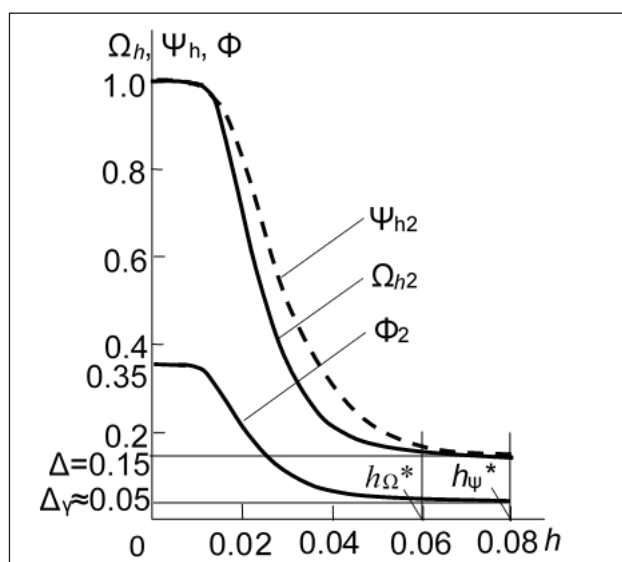


Рис. 3. Расчетные кривые объемного влагонаполнения Ω_{h2} , влагонаполнения ψ_{h2} с расчетом по площадям пор, заполненных водой, и полной объемной влажности Φ_2 с учетом $\Delta = 0,15$.

создаваемую водой капиллярной каймы. Отсюда также следует, что при построении гистограммы распределения пор по размерам можно было ограничить учет пор диапазоном их изменения $D = (1,2 \dots 20) \times 10^{-6}$ м. Это упрощает процесс построения гистограммы.

Формула (13), полученная с учетом γ , соответствует понятию полной объемной влажности Φ_2 . Как и следовало ожидать, ее кривая повторяет характер кривых Ω_{h2} и ψ_{h2} , но расположена в интервале объемной влажности $\Delta \gamma \dots \gamma$.

Формулы (14), отражая влагонаполнение по площадям пор (двумерная величина), не могут учитывать пористость γ , являющуюся объемным показателем (трехмерная величина). Поэтому они не позволяют сделать переход к закрепленному экспериментальной практикой понятию объемной влажности.

В расчетном примере постоянная $\Delta \gamma$ с учетом округления до сотых равна 0,05 и составляет от $\Phi_{\max} = 0,35$ долю, равную $\Delta \gamma / \Phi_{\max} \approx 0,05 / 0,35 \approx 0,15$ (рис. 3), то есть ту же $\Delta = 0,15$, что принята в условии примера расчета. Существование постоянного значения Δ в кривых объемного влагонаполнения Ω_{h2} и полной объемной влажности Φ_2 отражено в широко известных экспериментальных работах [8, 12, 15].

Таким образом, расчетная кривая Φ_2 (см. рис. 3) в рассмотренном примере подтверждает соответствие результатов расчетов полной объемной влажности по аналитически полученной формуле (13) кривым, построенным на основе экспериментальных данных. При этом для применения (13) должен соблюдаться пересчет статистических коэффициентов функции плотности вероятности пор по диаметру d в коэффициенты для функции плотности вероятности пор по объему v .

Выводы. Получена расчетная формула (13) распределения объемной влажности, использование которой дает возможность определять объем воды и его распределение по высоте почвы, что позволяет переходить к определению расположения подвешенной воды над капиллярной каймой с учетом статистического распределения пор. Кроме того, получены формулы, позволяющие оценивать распределения воды по порам разных размеров для последующего

определения эффективности ее потребления корнями растений.

Характеры очертаний кривых Ω_i , Φ_i и ψ_i повторяются, имея различие в значениях до 7...15 %. Их расчетные кривые практически сливаются с осью абсцисс на высотах h_{Ω}^* и h_{ψ}^* , разделяющих слою продуктивной воды ($h_{\Omega}=0...h_{\Omega}^*$ и $h_{\psi}=0...h_{\psi}^*$) от влаги завядания растений на больших высотах. Наибольшее различие их значений оказалось равным $h_{\psi}^* - h_{\Omega}^* = 0,02$, что составляет 30 % от h_{Ω}^* , в области высот h^* , где влага капиллярной каймы близка к нулю (кривые Ω_{h1} , ψ_{h1} и Φ_1), а вся неучтенная остаточная влага существует в малоподвижной и неподвижной

форме и постоянна по высоте (правая часть кривых Ω_{h2} , ψ_{h2} и Φ_2). В рассмотренном расчете переход от относительных величин h_{Ω}^* и h_{ψ}^* к их абсолютным значениям дает $H_{\Omega}^* = 1,05$ м и $H_{\psi}^* = 1,40$ м. Долю влаги, существующую по всей высоте капиллярной каймы и проявляющуюся в области $h > h^*$, следует отнести к влаге завядания растений.

Основное назначение полученных формул Ω_i и Φ_i состоит в возможности определения абсолютных величин объемов капиллярной воды и их расположения по высоте для известных характеристик конкретных участков почв. Это определение проводится по (4) с переводом h в H и v в V по (3).

Литература.

1. Lu N., Likos W. J. Rate of capillary rise in soil // *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2004. Vol. 130. No. 6. P. 646–650. doi: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2004)130:6(646).
2. Савельев Ю. А., Добрынин Ю. М., Ишкин П. А. Теоретическое исследование водного баланса почвы и процесса испарения почвенной влаги // *Сельскохозяйственные машины и технологии*. 2017. № 1. С. 23–28. doi: 10.22314/2073-7599-2017-1-23-28.
3. Calculation of capillary rise height of soils by SWCC model / Y. Li, Ch. Zhang, Ch. Chen, et al. // *Advances in Civil Engineering. Special Issue Geomaterials in Geotechnical Engineering*. 2018. Vol. 2018. No. 9. Article 5190354. URL: <https://www.hindawi.com/journals/ace/2018/5190354/> (дата обращения: 18.10.2023). doi: 10.1155/2018/5190354.
4. Русецкас Ю. Ю. Метод определения полной влагоемкости и общей пористости почв // *Почвоведение*. 2004. № 2. С. 203–208.
5. Hillel D. *Introduction to environmental soil physics*. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2004. 494 p. doi: 10.1016/B978-0-12-348655-4.X5000-X.
6. Guo Zh. Estimating method of maximum infiltration depth and soil water supply // *Scientific Reports*. 2020. Vol. 10. No. 1. Article 10-9726. URL: <https://www.nature.com/articles/s41598-020-66859-0> (дата обращения: 18.10.2023). doi: 10.1038/s41598-020-66859-0.
7. Monitoring soil water content for decision supporting in agricultural water management based on critical threshold values adopted for andosol in the temperate monsoon climate / K. T. Kassaye, J. Boulange, V. T. Lam, et al. // *Agric. Water Manag.* 2020. Vol. 229. Article 105930. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0378377419316312?via%3Dihub> (дата обращения: 31.08.2023). doi: 10.1016/j.agwat.2019.105930.
8. Van Brakel J. *Capillary liquid transport in porous media*. Delft: Delft University of Technology, 1975. 161 p.
9. Grunding D., Fricke M., Bothe D. Capillary rise – Jurin's height vs spherical cap // *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. 2019. Vol. 19. No. 1. Article e201900336. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/pamm.201900336> (дата обращения: 31.08.2023).
10. Ролдугин В. И. О высоте поднятия жидкости в ультратонких капиллярах // *Коллоидный журнал*. 2013. Т. 75. № 5. С. 647–654. doi: 10.7868/S0023291213050145.
11. Tulakov E. S., Inoyatov D. T., Kurbonov A. S. Calculation of the height of capillary rise of water in soils // *International Journal of Recent Technology and Engineering*. 2020. Vol. 8. No. 6. P. 4832–4835. doi: 10.35940/ijrte.F9060.038620.
12. Роде А. А. Почвенная влага. М.: АН СССР, 1952. 459 с.
13. Жуков В. Г., Чесноков В. М., Лукин Н. Д. Расчет наполнения почвы влагой капиллярной каймы вдоль ее высоты // *Достижения науки и техники АПК*. 2022. Т. 36. № 3. С. 85–90. doi: 10.53859/02352451_2022_36_3_85.
14. Al-Obaidi A. A., Alsali D. Experimental investigation of capillary rise in unsaturated gypseous soils // *E3S Web of Conferences*. 2023. Vol. 427. P. 1–7. URL: https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/abs/2023/64/e3sconf_icgee2023_01016/e3sconf_icgee2023_01016.html (дата обращения: 12.02.2024). doi: 10.1051/e3sconf/202342701016.
15. Распределение пор по размерам в суглинистых почвах: сравнение микротомографического и капилляриметрического методов определения / Е. В. Шеин, Е. Б. Скворцова, А. В. Дембовецкий и др. // *Почвоведение*. 2016. № 3. С. 344–354. doi: 10.7868/S0032180X16030096.
16. Tvrdek R. The effect of matric suction on total stability evaluations in clay. Lund: Lund university, 2015. 91 p.
17. Bear J., Zaslavsky D., Irmay S. *Physical principles of water percolation and seepage*. Paris: UNESCO, 1968. 466 p.
18. Функциональное представление водоудерживающей способности и относительной гидравлической проводимости почвы с учетом гистерезиса / В. В. Терлеев, Р. С. Гиневский, В. А. Лазарев и др. // *Почвоведение*. 2021. № 6. С. 715–724. doi: 10.31857/S0032180X21060149.
19. Zhukov V. G., Chesnokov V. M., Lukin N. D. Calculation of moisture content of sediment along the radius in a filtering centrifuge after its mechanical drying // *Chemical and Petroleum Engineering*. 2022. Vol. 58. No. 5–6. P. 364–372. doi: 10.1007/s10556-022-01101-4.
20. Xiong Q., Baychev T. G., Jivkov A. P. Review of pore network modeling of porous media: Experimental characterisations, network constructions and applications to reactive transport // *Journal of Contaminant Hydrology*. 2016. Vol. 192. P. 101–117. doi: 10.1016/j.jconhyd.2016.07.002.

References

1. Lu N, Likos WJ. Rate of capillary rise in soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2004;130(6):646-50. doi: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2004)130:6(646).
2. Savel'ev YuA, Dobrynin YuM, Ishkin PA. [Theoretical study of soil water balance and the process of soil moisture evaporation]. *Sel'skokhozyaistvennyye mashiny i tekhnologii*. 2017;(1):23-8. Russian. doi: 10.22314/2073-7599-2017-1-23-28.
3. Li Y, Zhang Ch, Chen Ch, et al. Calculation of capillary rise height of soils by SWCC model. *Advances in Civil Engineering. Special Issue Geomaterials in Geotechnical Engineering [Internet]*. 2018 [cited 2023 Oct 18];2018(9): Article 5190354. Available from: <https://www.hindawi.com/journals/ace/2018/5190354/>. doi: 10.1155/2018/5190354.
4. Rusetskys YuYu. [Method for determining the total moisture capacity and total porosity of soils]. *Pochvovedenie*. 2004;(2):203-8. Russian.
5. Hillel D. *Introduction to environmental soil physics*. Amsterdam: Elsevier Academic Press; 2004. 494 p. doi: 10.1016/B978-0-12-348655-4.X5000-X.

6. Guo Zh. Estimating method of maximum infiltration depth and soil water supply. *Scientific Reports* [Internet]. 2020 [cited 2023 Oct 18];10(1): Article 10-9726. Available from: <https://www.nature.com/articles/s41598-020-66859-0>. doi: 10.1038/s41598-020-66859-0.
7. Kassaye KT, Boulange J, Lam VT, et al. Monitoring soil water content for decision supporting in agricultural water management based on critical threshold values adopted for andosol in the temperate monsoon climate. *Agric. Water Manag* [Internet]. 2020 [cited 2023 Aug 31];229: Article 105930. Available from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0378377419316312?via%3Dihub>. doi: 10.1016/j.agwat.2019.105930.
8. Van Brakel J. Capillary liquid transport in porous media. Delft (Netherlands): Delft University of Technology; 1975. 161 p.
9. Grunding D, Fricke M, Bothe D. Capillary rise – Jurin's height vs spherical cap. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* [Internet]. 2019 [cited 2023 Aug 31];19(1): Article e201900336. Available from: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/pamm.201900336>.
10. Roldugin VI. [On the height of liquid rise in ultrathin capillaries]. *Kolloidnyi zhurnal*. 2013;75(5):647-54. Russian. doi: 10.7868/S0023291213050145.
11. Tulakov ES, Inoyatov DT, Kurbonov AS. Calculation of the height of capillary rise of water in soils. *International Journal of Recent Technology and Engineering*. 2020;8(6):4832-5. doi: 10.35940/ijrte.F9060.038620.
12. Rode AA. *Pochvennaya vlaga* [Soil moisture]. Moscow: AN SSSR; 1952. 459 p. Russian.
13. Zhukov VG, Chesnokov VM, Lukin ND. [Calculation of soil filling with moisture of the capillary fringe along its height]. *Dostizheniya nauki i tekhniki APK*. 2022;36(3):85-90. Russian. doi: 10.53859/02352451_2022_36_3_85.
14. Al-Obaidi AA, Alsalihi D. Experimental investigation of capillary rise in unsaturated gypseous soils. *E3S Web of Conferences* [Internet]. 2023 [cited 2024 Feb 12];427:1-7. Available from: https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/abs/2023/64/e3sconf_icgee2023_01016/e3sconf_icgee2023_01016.html. doi: 10.1051/e3sconf/202342701016.
15. Shein EV, Skvortsova EB, Dembovetskii AV, et al. [Pore size distribution in loamy soils: Comparison of microtomographic and capillarimetric methods of determination]. *Pochvovedenie*. 2016;(3):344-54. Russian. doi: 10.7868/S0032180X16030096.
16. Tvrdok R. The effect of matric suction on total stability evaluations in clay. Lund (Sweden): Lund university; 2015. 91 p.
17. Bear J, Zaslavsky D, Irmay S. *Physical principles of water percolation and seepage*. Paris: UNESCO; 1968. 466 p.
18. Terleev VV, Ginevskii RS, Lazarev VA, et al. [Functional representation of water holding capacity and relative hydraulic conductivity of soil taking into account hysteresis]. *Pochvovedenie*. 2021;(6):715-24. Russian. doi: 10.31857/S0032180X21060149.
19. Zhukov VG, Chesnokov VM, Lukin ND. Calculation of moisture content of sediment along the radius in a filtering centrifuge after its mechanical drying. *Chemical and Petroleum Engineering*. 2022;58(5-6):364-72. doi: 10.1007/s10556-022-01101-4.
20. Xiong Q, Baychev TG, Jivkov AP. Review of pore network modeling of porous media: Experimental characterisations, network constructions and applications to reactive transport. *Journal of Contaminant Hydrology*. 2016;192:101-17. doi: 10.1016/j.jconhyd.2016.07.002.

Айдиев Айди Ясупиевич 10.03.1947–05.03.2024

Коллектив ФГБНУ «Белгородский ФАНЦ РАН» выражает глубочайшие соболезнования родным, близким и коллегами в связи с безвременной кончиной выдающегося учёного Айдиева Айди Ясупиевича.

Айди Ясупиевич – ведущий ученый в области сельскохозяйственных наук, посвятивший свою деятельность созданию новых высокопродуктивных сортов и перспективных ресурсосберегающих технологий возделывания сельскохозяйственных культур.

Кончина Айди Ясупиевича – огромная, невосполнимая потеря для российской науки, близких, коллег, друзей. С именем этого выдающегося учёного по праву связывают смелые, прорывные исследования в приоритетных направлениях создания новых сортов озимой и яровой пшеницы, тритикале, овса, пивоваренного ячменя. Он отличался исключительным трудолюбием, был настоящим профессионалом в вопросах мирового и отечественного сельского хозяйства.

Айди Ясупиевич активно участвовал в общественной жизни, будучи депутатом Курского районного собрания, внес большой вклад в воспитание молодых российских исследователей, которым передал свою любовь к науке и постоянное стремление к новым открытиям.

Профессионализм, компетентность, преданность российской науке и человеческие качества Айди Ясупиевича снискали большое уважение среди коллег, руководителей научных учреждений и всех, кто его знал.

Мы навсегда сохраним светлую память об этом ярком, талантливом человеке, достойном сыне Отечества. Светлая память о нём навсегда сохранится в памяти всех, кому довелось с ним общаться и работать. Коллектив ФГБНУ «Белгородский ФАНЦ РАН»

